

# MATEMATICI FINANCIARE

## PROCENTE. RAPORT PROCENTUAL. DETERMINAREA PROCENTULUI DINTR-UN NUMĂR

Întâlnim adesea în vorbirea curentă exprimări de felul: într-o clasă 60% sunt fete, iar restul băieți; sau șansele de câștig ale echipei F.C. Brașov în detrimentul echipei Barcelona sunt de 15%, etc.

În toate aceste enunțuri apare noțiunea de procent ( $P\%$  - citim p la sută).

ÎN TOATE CAZURILE MĂRIMILE SE COMPARĂ CU 100.

Def: Numim raport procentual un raport de forma  $\frac{P}{100}$ ,

$P \geq 0$ . Numărul  $p$  se numește procent și se notează:  $p\%$

A afla  $p\%$  dintr-un număr  $a$  înseamnă a calcula  $\frac{P}{100} \cdot a$

Ex: Într-o clasă sunt 25 de elevi. Dintre ei 16% sunt băieți. Câte fete sunt în clasă?

Sol<sup>1</sup>: 16% din 25 =  $\frac{16}{100} \cdot 25 = \frac{16}{4} = 4$  băieți sunt în clasă

$25 - 4 = 21$  fete sunt în clasă.

Sol<sup>2</sup>:  $100\% - 16\% = 84\%$  reprezintă procentul fetelor din clasă

$84\%$  din 25 =  $\frac{84}{100} \cdot 25 = \frac{84}{4} = 21$  fete sunt în clasă.

Determinarea unui număr când se cunoaște un procent din el

Trebuie să determinăm un număr  $S$  dacă știm că  $P\%$  din  $S$  este  $S'$ .

Are loc egalitatea:  $\frac{P}{100} \cdot S = S' \Rightarrow S = \frac{100 \cdot S'}{P}$  reprezintă numărul determinat.

## DOBÂNZI

Cea mai simplă investiție care să aducă un venit este depunerea banilor la o bancă pe o anumită perioadă cu o anumită dobândă (care reprezintă o anumită sumă de bani pe care deponentul o primește după o perioadă de timp). Aceasta este dobânda simplă.

Dacă însă această sumă se adaugă la cea inițială și pentru ea se calculează dobânda pentru o aceeași perioadă de timp, aceasta adăugându-se la sfârșitul perioadei, și așa mai departe, atunci vorbim de o dobândă compusă. Pentru cele două tipuri de dobânzi distingem dobânda plătită, care este dobânda plătită de bănci deponentilor pentru sumele depuse și dobânda încasată, care este dobânda încasată de bănci de la debitori pentru sumele împrumutate.

### DOBÂNDA SIMPLĂ:

Def: Dobânda simplă reprezintă dobânda calculată pentru suma depusă pentru o anumită perioadă. Dobânda simplă se notează cu  $D$ .

Procentul dobânzii reprezintă suma care se plătește pentru suma depusă de 100 unități monetare (u. m.) pentru o perioadă de un an.

Procentul dobânzii se notează cu  $p$ .

Formula după care se calculează dobânda simplă este:

$$D = \frac{S \cdot p \cdot n}{100}, \text{ unde } S \text{ este suma}$$

depusă,  $n$  - nr. de ani pe care s-a depus suma, iar  $p$  este procentul dobânzii. De aici rezultă imediat:

Formula dobânzii pe  $n$  luni:

$$D = \frac{S \cdot p \cdot n}{100 \cdot 12}$$

Formula dobânzii pentru  $d$  zile:

$$D = \frac{S \cdot p \cdot d}{100 \cdot 360}$$

Ex: La o bancă un deponent pune suma de 1000 lei cu un procent al dobânzii de 15%. Care este dobânda obținută după un an?

Sol:  $15\% \cdot 1000 = \frac{15}{100} \cdot 1000 = 150 \text{ lei}$ .

### DOBÂNDA COMPUSĂ:

Notiunile de exponențială și logaritm își găsesc aplicații practice în astfel de probleme de „aritmetică financiară”.

Un capital este plasat cu dobânda compusă dacă la sfârșitul unei perioade determinate (de obicei un an) dobânda se adaugă capitalului pentru a produce o nouă dobândă în perioada următoare.

VALOAREA ATINSĂ DE UN CAPITAL:

$$C_n = C_0 (1 + d)^n,$$

unde  $C_n$  este valoarea obținută din capitalul inițial după o perioadă de  $n$  ani,  $C_0$  - capitalul inițial,  $d$  - dobânda obținută de 1 u.m. după un an.

Ex: Să se determine capitalul obținut după 7 ani prin depunerea într-o bancă a sumei de 3000 lei cu o dobândă compusă de 4%.

Sol:  $C_7 = 3000 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^7 = 3000 (1 + 0,04)^7 = 3000 \cdot (1,04)^7 \approx 3947,80$  lei.

CONSTITUIREA UNUI CAPITAL: În vederea constituirii unui capital, se efectuează o dată pe an și la dată fixă depunerea unei sume constante  $C_0$  cu dobândă compusă.

Determinăm capitalul  $C$  obținut la momentul ultimei depuneri, știind că s-au efectuat  $n$  depuneri:

$$C = C_0 \cdot \frac{(1+d)^n - 1}{d}$$

APLICAȚII PROPUSE SPRE REZOLVARE:

- 1) Se consideră două vase de  $5m^3$  și  $10m^3$ . În primul vas se află  $3m^3$  de apă, iar în al doilea  $4m^3$  de apă. Să se exprime în procente cât este gradul de umplere al fiecărui vas.
- 2) Un televizor costă 1600 lei. Ca ocazie sărbătorilor de Crăciun se acordă o reducere de 15%. Cât va trebui plătit pt. TV?
- 3) Un elev citește 100 pagini dintr-o carte, ceea ce reprezintă 60% din nr. total de pagini ale cărții. Câte pagini are cartea?
- 4) Să se determine procentul dobânzii, dacă o sumă de 12000 lei aduce în doze ani o dobândă de 2880 lei?
- 5) Să se calculeze capitalul constituit prin 10 depuneri anuale a unei sume de 150 lei cu dobândă compusă dacă dobânda anuală este de 4%.
- 6) Într-o bancă se depune o sumă cu o dobândă de 3%. Câte este timpul după care capitalul este dublul sumei depuse?