COLEGIUL de ŞTIINŢE ale NATURII
"EMIL RACOVIŢĂ"
Str. Armoniei, nr. 6, Braşov
Tel: 0268.424.084
CUI: 29379248

Examenul naţional de bacalaureat
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

DECEMBRIE 2024

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p 1. O progresie aritmetică cu raţia 5 are suma primilor trei termeni egală cu 126. Determinaţi primul termen al progresiei.

5p 2. Se consideră funcţia $f: R \to R,\ f(x) = -3x^2 + (m+1)x + 5$. Determinaţi valoarea parametrului real *m*, ştiind că vârful parabolei asociate funcţiei *f* are abscisa egală cu -1.

5p 3. Rezolvaţi în **R** ecuaţia $log_3(2x+1) - log_3(2x-1) = -1$.

5p 4. Calculaţi probabilitatea ca, alegând un element al mulţimii A=$\{21, 22, 23, \dots, 29, 30\}$, acesta să fie număr prim.

5p 5. În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele A(2,4), B(6,8) şi C(8,2). Calculaţi distanţa de la C la mijlocul segmentului AB.

5p 6. Calculaţi $(cos\,120^0 + cos\,60^0) \cdot (sin\,135^0 - sin\,45^0)$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde *x* este număr real.

5p a) Arătaţi că det (A(0))=1.

5p b) Arătaţi că $A(x)+A(y)=2A\left(\frac{x+y}{2}\right)$, pentru orice numere reale *x* şi *y*.

5p c) Determinaţi numărul real *x* pentru care $A(x^2+1) \cdot A(x) = A(x^2+x+1)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie:
$x * y = xy - 6x - 6y + 42, \forall x, y \in R$.

5p a) Demonstraţi că $a * C_4^2 = C_4^2 * a = C_4^2, \forall a \in R$.

5p b) Demonstraţi că legea $*$ este asociativă.

5p c) Calculaţi $1 * 2 * 3 * \dots\dots * 2023$.

SUBIECTUL III (30 puncte)

1. Fie funcţia $f: (1, +\infty) \to R$, $f(x)=\frac{ax+2}{x-1}$, unde $a \epsilon \boldsymbol{R}$

5p a) Determinaţi valoarea numărului real *a*, ştiind că graficul funcţiei *f* admite dreapta de ecuaţie $y = 2$ ca asimptotă orizontală la $+\infty$.

5p b) Pentru *a* =2, demonstraţi că funcţia *f* este strict descrescătoare.

5p c) Pentru *a* =2, demonstraţi că $f(3\sqrt{2}) < f(2\sqrt{3})$.

2. Fie funcţia $f: [1,2] \to R, f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2+1}}$.

5p a) Demonstraţi că funcţia $F: [1,2] \to R, F(x) = ln\frac{\sqrt{X^2+1}-1}{x}$ este o primitivă a funcţiei *f*.

5p b) Arătaţi că orice primitivă a funcţiei *f* este monotonă.

5p c) Calculaţi $\int f^2(x)\,dx$.