Raționalizarea numitorilor

Prin raționalizarea numitorului unui raport înțelegem eliminarea radicalului de la numitorul raportului respectiv, fără a modifica valoarea raportului.

Definiție: Prin conjugatul unui număr irațional de forma $a \pm \sqrt{b}$ înțelegem numărul irațional $a \mp \sqrt{b}$, $a \in \mathbb{Z}^*$, $b \in \mathbb{N}^*$.

Observații:

1) $$\frac{a}{\sqrt{b}} = {}^{\sqrt{b}/}\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}, \quad b>0$$

2) $$\frac{a}{c\sqrt{b}} = {}^{\sqrt{b}/}\frac{a}{c\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{c\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b \cdot c}, \quad c \neq 0,\ b>0$$

3) $$\frac{a}{c+\sqrt{b}} = \frac{a\cdot(c-\sqrt{b})}{(c+\sqrt{b})\cdot(c-\sqrt{b})} = \frac{ac - a\cdot\sqrt{b}}{c^2-b}$$

$$\frac{a}{c-\sqrt{b}} = \frac{a\cdot(c+\sqrt{b})}{(c-\sqrt{b})} = \frac{a\cdot c + a\sqrt{b}}{(c-\sqrt{b})(c+\sqrt{b})}$$

$$= \frac{ac+a\sqrt{b}}{c^2-b}; \quad c \pm \sqrt{b},\ b>0$$

4) $$\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b}-\sqrt{c})}{b-c}$$

$$\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{b-c}, \quad b>0, c>0$$

6. Raționalizați numitorii:

I. a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$; b) $\frac{11}{\sqrt{11}}$; c) $\frac{-2}{\sqrt{6}}$;

d) $\frac{\sqrt{5}}{-\sqrt{7}}$; e) $\frac{18}{\sqrt{6}}$; f) $\frac{-4}{\sqrt{20}}$;

g) $\frac{100}{\sqrt{5}}$; h) $\frac{8}{\sqrt{10}}$; i) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$;

j) $\frac{-3}{2\sqrt{6}}$; k) $\frac{2}{7\sqrt{22}}$;

II. a) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$; b) $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; c) $\frac{-2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$;

d) $\frac{11}{2+\sqrt{5}}$; e) $\frac{-5}{4+\sqrt{11}}$; f) $\frac{18}{5-\sqrt{13}}$;

g) $\frac{9}{\sqrt{21}-\sqrt{18}}$; h) $\frac{14}{\sqrt{24}+\sqrt{17}}$; i) $\frac{-33}{8-\sqrt{20}}$;