Numere reale

Mulțimi de numere. Forme de scriere a unui număr

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ mulțimea numerelor naturale

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ mulțimea numerelor naturale nenule

$\mathbb{Z} = \{\dots; -n; \dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; \dots; n; \dots\}$

mulțimea numerelor întregi

$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

$\mathbb{Z}_- = \{\dots; -n; \dots, -3; -2; -1\}$, $\mathbb{Z} = \{1; 2; \dots, n; \dots\}$

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$

$\mathbb{Q} = \{x \mid \exists a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \text{ a.î. } x = \frac{a}{b}\}$

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ = mulțimea numerelor raționale neîntregi

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulțimea numerelor iraționale

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulțimea numerelor care se scriu zecimal cu o infinitate de zecimale care nu se repetă periodic

$\mathbb{R}$ = mulțimea numerelor reale

$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Reprezentarea pe axă
Modulul

Definiție: axa nr. reale este o dreaptă pe care fixăm un punct O, numit origine, un sens pozitiv și o unitate de măsură.

Oricărui punct A de pe axă i se pune în corespondență un unic număr real, numit abscisa punctului, notat x_A.

Oricărui număr real îi corespunde un unic punct pe axa nr, numit imaginea sa.

$$A(x_A),\ B(x_B) \Rightarrow AB = |x_B - x_A|$$

$$x \in \mathbb{R}:\ |x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

a) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

b) $|x| = |-x|$; c) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

d) $|x+y| < |x| + |y|$

$x \in \mathbb{R}$; $x = [x] + \{x\}$

$[x]$ = partea întreagă a nr; $\{x\}$ = partea fracționară

a) $[x] \le x < [x] + 1$; b) $[x+n] = [x] + n, \forall n \in \mathbb{Z}$

c) $0 \le \{x\} < 1$; d) $\{x+n\} = \{x\}, \forall n \in \mathbb{Z}$

Observații:

a) $|x| \le a \iff -a \le x \le a$

b) $|x| > a \iff x < -a$ sau $x > a$

c) $\min(x,y) = \dfrac{|x+y| - |x-y|}{2}$

d) $\max(x,y) = \dfrac{|x+y| + |x-y|}{2}$

e) $[x] = x \iff x \in \mathbb{Z}$

f) $\{x\} = x \iff x \in [0,1)$

g) $\sqrt{a^2} = |a|, \forall a \in \mathbb{R}$

h) $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|y|}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $x \cdot y \ge 0$

i) $\sqrt{x+y} \le \sqrt{x} + \sqrt{y}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}_+$