Intervale de numere reale

I. Intervale mărginite

Fie a și $b \in \mathbb{R}$, $a \leq b$.

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ interval închis

a = abscisa punctului A, b = abscisa punctului B

$[a, b]$ - mulțimea punctelor segmentului $[AB]$

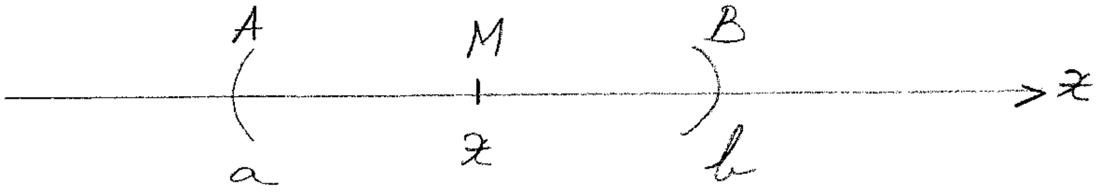
$x \in [a, b] \iff M \in [AB]$

a și b se numesc capetele intervalului sau extremitățile intervalului $[a, b]$

Observație: $[a, a] = \{a\}$

$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ interval deschis

$x \in (a, b) \iff M \in (AB)$



Intervalele deschise nu își conțin capetele.

$(a,b)\cup\{a,b\}=[a,b]$

$(a,b)=[a,b]\setminus\{a,b\}$

$a<b$

$(a,b]=\{x\in\mathbb{R} \mid a<x\leq b\}$

$(a,b]=(a,b)\cup\{b\}$

$(a,b]=[a,b]\setminus\{a\}$

$[a,b)=\{x\in\mathbb{R} \mid a\leq x<b\}$

$[a,b)=(a,b)\cup\{a\}$, $[a,b)=[a,b]\setminus\{b\}$

II. Intervale nemărginite

$a\in\mathbb{R}$

$[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R} \mid x\geq a\}$

$(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R} \mid x>a\}=[a,+\infty)\setminus\{a\}$

$(-\infty,a]=\{x\in\mathbb{R} \mid x\leq a\}$

$(-\infty,a)=\{x\in\mathbb{R} \mid x<a\}=(-\infty,a]\setminus\{a\}$

$a\in\mathbb{R}, a>0$

$\{x\in\mathbb{R} \mid |x|\leq a\}=[-a,a]$

$\{x\in\mathbb{R} \mid |x|<a\}=(-a,a)$

$$\{x\in\mathbb{R} \mid |x|\ge a\} = (-\infty,-a]\cup[a,+\infty)$$

$$\{x\in\mathbb{R} \mid |x|> a\} = (-\infty,-a)\cup(a,+\infty)$$

Observații:

1. Dacă $x, y\in\mathbb{R}$, atunci fie $x\le y$, fie $y\le x$ (ORDINE TOTALĂ)
2. Dacă $x, y\in\mathbb{R}$, $x<y$, atunci există $r\in\mathbb{Q}$ aî $x<r<y$
   ($\mathbb{Q}$ este mulțime densă în $\mathbb{R}$)
3. $x\in\mathbb{R}$: $\exists!\ n\in\mathbb{Z}$ aî $n\le x<n+1$
   (partea întreagă a lui x: $[x]=n$)
4. „$\le$" relație de ordine pe $\mathbb{R}$
   a) $x\in\mathbb{R} \Rightarrow x\le x$ REFLEXIVITATE
   b) $x, y\in\mathbb{R}$, $x\le y$; $y\le x \Rightarrow x=y$ ANTISIMETRIE
   c) $x, y, z\in\mathbb{R}$, $x\le y$, $y\le z \Rightarrow x\le z$ TRANZITIVITATE
5. $(-a,a) = (-\infty,+\infty) = \mathbb{R}$