

PE Să rezolvăm împreună

1. Calculați:

$$a) (x+4)^2; \quad b) \left(x-\frac{1}{2}\right)^2; \quad c) (3x+\sqrt{2})^2.$$

Soluție: a) $(x+4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16;$

b) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4};$

c) $(3x+\sqrt{2})^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2.$

2. Calculați:

$$a) (x-7)(x+7); \quad b) \left(\frac{x}{2}-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{x}{2}+\frac{3}{5}\right); \quad c) (2+\sqrt{5}x)(\sqrt{5}x-2).$$

Soluție: a) $(x-7)(x+7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49;$

b) $\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{x}{2}+\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{x^2}{4} - \frac{9}{25};$

c) $(2+\sqrt{5}x)(\sqrt{5}x-2) = (\sqrt{5}x-2)(\sqrt{5}x+2) = (\sqrt{5}x)^2 - 2^2 = 5x^2 - 4.$

3. Calculați:

$$a) (x^2+x+3)^2; \quad b) (2x^2-x-1)^2.$$

Soluție: a) $(x^2+x+3)^2 = (x^2)^2 + x^2 + 3^2 + 2 \cdot x^2 \cdot x + 2 \cdot x \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot x^2 = x^4 + x^2 + 9 + 2x^3 + 6x + 6x^2 = x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 9;$

b) $(2x^2-x-1)^2 = (2x^2)^2 + x^2 + 1^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot x + 2 \cdot x \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 2x^2 = 4x^4 + x^2 + 1 - 4x^3 + 2x - 4x^2 = 4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1.$

PE Să exersăm singuri1^{*} Calculați, aplicând formulele $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$:

a) $(x+1)^2;$	b) $(x+2)^2;$	c) $(x+3)^2;$	d) $(x+4)^2;$
e) $(x-1)^2;$	f) $(x-2)^2;$	g) $(x-3)^2;$	h) $(x-4)^2;$
i) $(2x+1)^2;$	j) $(2x-2)^2;$	k) $(3x-1)^2;$	l) $(3x+2)^2;$
m) $(4x-3)^2;$	n) $(2x+7)^2;$	o) $(3x-5)^2;$	p) $(5x+2)^2;$
q) $(7x-4)^2;$	r) $(3+8x)^2;$	s) $(9-6x)^2;$	t) $(5-6x)^2.$

2^{*} Calculați, aplicând formulele $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$:

a) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2;$	b) $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2;$	c) $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2;$	d) $\left(\frac{2x}{3}-1\right)^2;$
e) $\left(\frac{3x}{2}+2\right)^2;$	f) $\left(\frac{4x}{3}-3\right)^2;$	g) $\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{2}\right)^2;$	h) $\left(\frac{x}{5}+\frac{1}{3}\right)^2.$

3* Calculați, aplicând formulele $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$:

- a) $(x + \sqrt{2})^2$; b) $(x - \sqrt{3})^2$; c) $(x + \sqrt{5})^2$;
d) $(\sqrt{3}x + 2)^2$; e) $(\sqrt{5}x - 3)^2$; f) $(\sqrt{7}x - 4)^2$;
g) $(2\sqrt{3}x - \sqrt{2})^2$; h) $(\sqrt{5}x + 4\sqrt{3})^2$; i) $(3\sqrt{2}x - \sqrt{6})^2$.

4* Efectuați ridicările la putere și reduceți termenii asemenea:

- a) $(2x + 1)^2 + (3x - 2)^2$; b) $(2x - 4)^2 + (5x + 1)^2$; c) $(3x + 2)^2 - (2x + 5)^2$;
d) $(4x - 3)^2 - (2x - 7)^2$; e) $(7x + 2)^2 - (5x - 6)^2$; f) $(3 - 5x)^2 + (4 - 9x)^2$.

5* Calculați, aplicând formula $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$:

- a) $(x - 1)(x + 1)$; b) $(x - 2)(x + 2)$; c) $(x - 3)(x + 3)$;
d) $(x - 4)(x + 4)$; e) $(x - 5)(x + 5)$; f) $(x - 6)(x + 6)$;
g) $(2x - 1)(2x + 1)$; h) $(3x - 4)(3x + 4)$; i) $(5x - 2)(5x + 2)$;
j) $(3x - 5)(5 + 3x)$; k) $(2x - 7)(7 + 2x)$; l) $(4x - 5)(5 + 4x)$.

6* Calculați, aplicând formula $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$:

- a) $\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$; b) $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$; c) $\left(5 - \frac{x}{4}\right)\left(5 + \frac{x}{4}\right)$;
d) $\left(1 - \frac{x}{5}\right)\left(\frac{x}{5} + 1\right)$; e) $\left(\frac{2x}{3} + \frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{4} - \frac{2x}{3}\right)$; f) $\left(\frac{3x}{2} + \frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{6} - \frac{3x}{2}\right)$.

7* Calculați, aplicând formula $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$:

- a) $(\sqrt{2}x - 3)(\sqrt{2}x + 3)$; b) $(\sqrt{3}x + 2)(\sqrt{3}x - 2)$;
c) $(\sqrt{2}x - \sqrt{5})(\sqrt{2}x + \sqrt{5})$; d) $(\sqrt{3}x + \sqrt{7})(\sqrt{7} - \sqrt{3}x)$;
e) $(2\sqrt{3}x - \sqrt{6})(2\sqrt{3}x + \sqrt{6})$; f) $(3\sqrt{2}x + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}x)$.

8* Calculați:

- a) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$; b) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$;
c) $(x - 5)(x + 5)(x^2 + 25)$; d) $(x - 4)(x + 4)(x^2 + 16)$;
e) $(2x - 1)(1 + 2x)(4x^2 + 1)$; f) $(3x + 2)(2 - 3x)(4 + 9x^2)$.

9* Calculați:

- a) $(2x + 5)^2 + (3x - 1)(3x + 1)$; b) $(4x - 3)^2 + (5 + 6x)(6x - 5)$;
c) $(2x - 3)(2x + 3) + (5x + 2)^2$; d) $(7 + 2x)(7 - 2x) - (3x - 6)^2$;
e) $(7x - 2)^2 - (4x + 5)(5 - 4x)$; f) $(3 - 7x)(7x + 3) - (5x - 11)^2$.

10* Calculați:

- a) $(\sqrt{3} - 5)(\sqrt{3} + 5) - (4 - \sqrt{7})(\sqrt{7} + 4)$; b) $(\sqrt{6} + 3)(3 - \sqrt{6}) + (\sqrt{5} - 7)(\sqrt{5} + 7)$;
c) $(2\sqrt{3} + 5)(2\sqrt{3} - 5) - (2 + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2)$; d) $(3\sqrt{2} + 7)(7 - 3\sqrt{2}) + (\sqrt{6} - 9)(\sqrt{6} + 9)$.

11* Calculați:

- a) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$; b) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$;

c) $(2\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 + (4 + \sqrt{3})^2$;

d) $(3\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 - (9 - \sqrt{2})^2$.

12* Calculați:

a) $(\sqrt{21}x + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{7}x - 1)^2$;

b) $(\sqrt{2}x - \sqrt{5})^2 + (x - 2\sqrt{10})^2$;

c) $(\sqrt{3} + \sqrt{5}x)^2 - (\sqrt{15}x - 2)^2$;

d) $(3 - \sqrt{14}x)^2 - (\sqrt{7}x + \sqrt{2})^2$;

e) $(2\sqrt{2}x - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{2} + 2\sqrt{3}x)^2$;

f) $(\sqrt{5}x + 4\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2}x - \sqrt{5})^2$.

13* Calculați:

a) $(x + 2)^2 + (3x - 5)^2 + (3x - 1)(3x + 1)$;

b) $(4x - 1)^2 + (6x + 3)(3 - 6x) - (x + 4)^2$;

c) $(5x + 1)^2 - (9x - 1)^2 + (\sqrt{2}x - 1)(1 + \sqrt{2}x)$;

d) $(\sqrt{7} - 3x)(3x + \sqrt{7}) - (3x + 4)^2 + (5x - 4)^2$.

14* Calculați:

a) $(x^2 + x + 1)^2$;

b) $(x^2 + x + 2)^2$;

c) $(x^2 + 2x - 1)^2$;

d) $(x^2 - 3x + 2)^2$;

e) $(2x^2 - 3x + 4)^2$;

f) $(3x^2 - 4x - 5)^2$.

15* Calculați:

a) $(2x^2 - 1 + 3x)^2 + (2 - 3x + 4x^2)^2$;

b) $(5x^2 - 2x + 6)^2 - (2x^2 + 4x - 3)^2$;

c) $(3x^2 - 5 + 4x)^2 - (7x^2 + 2x + 6)^2$;

d) $(2x^2 - 5 + 7x)^2 + (6x^2 - 5x + 2)^2$.

16* Scrieți sub forma pătratului unui binom următoarele sume algebrice:

a) $x^2 + 2x + 1$;

b) $x^2 - 2x + 1$;

c) $x^2 + 6x + 9$;

d) $9x^2 - 6x + 1$;

e) $4x^2 - 12x + 9$;

f) $9x^2 + 12x + 4$;

g) $16x^2 - 24x + 9$;

h) $9x^2 + 30x + 25$;

i) $25x^2 - 20x + 4$.

17** Restrângeți sub forma pătratului unui binom:

a) $\frac{x^2}{16} - \frac{x}{6} + \frac{1}{9}$;

b) $\frac{x^2}{4} + \frac{2x}{5} + \frac{4}{25}$;

c) $\frac{x^2}{9} - \frac{2x}{7} + \frac{9}{49}$;

d) $3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1$;

e) $5x^2 - 4\sqrt{5}x + 4$;

f) $8x^2 + 12\sqrt{2}x + 9$.

18** Arătați că numărul $x \in \mathbb{Z}$ în următoarele cazuri:

a) $x = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$;

b) $x = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$;

c) $x = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$;

d) $x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$.

19** Arătați că numărul $x^2 \in \mathbb{N}$, dacă:

a) $x = \sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}$;

b) $x = \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}$;

c) $x = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$;

d) $x = \sqrt{6 - 3\sqrt{3}} + \sqrt{6 + 3\sqrt{3}}$.

20** Determinați numerele reale x și y dacă:

a) $x^2 + (y - 5)^2 = 0$;

b) $(x + 4)^2 + y^2 = 0$;