



COLEGIUL de ȘTIINȚE ale NATURII
“EMIL RACOVITĂ”
Str. Armoniei, nr. 6, Brașov
Tel: 0268.424.084
CUI: 29379248



MINISTERUL EDUCAȚIEI
ȘI CERCETĂRII

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. Avem $b_3^2 = 6 \cdot 24$, adică $b_3 = 12$ $q = \frac{b_3}{b_2} = 2$ rezultă $b_1 = \frac{b_2}{q} = 3$	2p 3p
5p	2. Conform relațiilor lui Viète, avem $x_1 + x_2 = 2025$ și $x_1 x_2 = 1$ Atunci $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2025}{1} = 2025$.	2p 3p
5p	3. Condiție: $x \geq 2$. Ecuația se mai scrie $6\sqrt{x-2} = x + 6$, care prin ridicare la pătrat devine $x^2 - 24x + 108 = 0$, de unde $x \in \{6, 18\}$	2p 3p
5p	4. Avem $C_n^2 = 120$. Rezultă $\frac{n(n-1)}{2} = 120$; $n^2 - n - 240 = 0$, având soluțiile -15 și 16 Cum $n \geq 2$, rămâne $n = 16$	3p 2p
5p	5. $BC: 4x + 3y - 2 = 0$ $d(O, BC) = \frac{ 4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 2 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5}$	3p 2p
5p	6. Avem $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$, atunci $(\sin x - \cos x)^2 = \frac{1}{4}$; $\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}$; $-\sin 2x = -\frac{3}{4}$. Deci $\sin 2x = \frac{3}{4}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1.a) $\det(B(a)) = \begin{vmatrix} 16^a & 0 \\ 0 & 9^a \end{vmatrix} = 16^a \cdot 9^a - 0 \cdot 0 =$ $= 4^{2a} \cdot 3^{2a} = 12^{2a}$, pentru orice număr real a	3p 2p
5p	b) $A \cdot B(a) = \begin{pmatrix} -16^a & 9^a \\ 0 & 9^a \end{pmatrix}$, $B(a) \cdot A = \begin{pmatrix} -16^a & 16^a \\ 0 & 9^a \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a $\begin{pmatrix} -16^a & 9^a \\ 0 & 9^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16^a & 16^a \\ 0 & 9^a \end{pmatrix} \Leftrightarrow 9^a = 16^a$, de unde obținem $a = 0$	2p 3p
5p	c) Pentru $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(R) \Rightarrow X \cdot X = \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + d^2 \end{pmatrix}$ și $B(1) = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$, de unde obținem $a \in \{-4, 4\}$, $b = 0$, $c = 0$, $d \in \{-3, 3\}$ deci $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 25$.	2p 3p
5p	2. a) $(-2025) \cdot 2023 = 2^{-2025+2023+2}$ $= 2^0 = 1$.	3p 2p
5p	b) $2^{3-4x+x^2-6+2} = 2^4 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$ de unde obținem $x = -1$ sau $x = 5$.	3p 2p
5p	c) $(x * y) * z = 2^{x+y+2} * z = 2^{2^{x+y+2}+z+2}$ $\Rightarrow 2^{2^{x+y+2}+z+2} = 2^{z+6} \Rightarrow 2^{x+y+2} + z + 2 = z + 6 \Rightarrow 2^{x+y+2} = 2^2 \Rightarrow x + y = 0 \Rightarrow x = -y$	2p 3p



SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

5p	1. a) $f'(x) = 1 - \frac{e}{x}$, $f'(x) = 0 \Rightarrow x = e$ și $f'(x) < 0, \forall x \in (0, e)$, $f'(x) \geq 0, \forall x \in (e, +\infty)$, deci: f este descrescătoare pe intervalul $(0, e)$ și crescătoare pe $[e, +\infty)$	2p 3p
5p	b) Conform punctului a), deducem că $x = e$ este punct de minim, deci $f(x) \geq f(e), \forall x \in (0, +\infty)$ $\Rightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in (0, +\infty)$	3p 2p
5p	s-a demonstrat la punctul b) că $\underline{f(x) \geq 0}$ $\Leftrightarrow x - e \ln x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq e \ln x \Leftrightarrow \ln(e^x) \geq \ln(x^e) \Leftrightarrow e^x \geq x^e$, oricare ar fi $x > 0$	3p 2p
5p	2. a) $\int (f(x)e^{-x} + e^x)dx = \int (x^2 - 4x + 3 + e^x)dx =$	2p

	$= \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + e^x + C$	3p
5p	b) $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f , deci $F'(x) = f(x) = (x^2 - 4x + 3)e^x, x \in \mathbb{R}$. $F'(x) = 0$ pentru $x = 1$, respectiv $x = 3$. $F'(x) > 0$ pentru $x \in (-\infty; 1)$, $F'(x) < 0$ pentru $x \in (1; 3)$, $F'(x) > 0$ pentru $x \in (3; +\infty)$. Cum F este strict crescătoare pe $(-\infty; 1)$, F este strict descrescătoare pe $(1; 3)$ și F este crescătoare pe $(3; +\infty)$, obținem că $x = 1$ și $x = 3$ sunt punctele de extrem ale funcției F .	2p 3p
5p	c) Funcția g este derivabilă pe mulțimea numerelor reale și $g'(x) = (x^2 - 6x + 9)' \cdot e^x + (x^2 - 6x + 9)(e^x)' = (2x - 6)e^x + (x^2 - 6x + 9)e^x = (x^2 - 4x + 3)e^x = f(x), x \in \mathbb{R}$ deci funcția g este o primitivă a funcției f .	3p 2p