

Capitolul III: Corpuri Rotunde

Notiuni preliminare:

Def 1. Un corp geometric care este mărginit parțial sau total de către suprafețe neplane (curbe) se numește corp rotund.

Corpurile rotunde studiate în acest capitol sunt: *cilindrul circular drept*, *conul circular drept*, *trunchiul de con circular drept* și *sfera*.

Def 2: Aria laterală a unui corp rotund, notată \mathcal{A}_l , reprezintă aria suprafeței laterale a acestuia.

Def 3: Aria totală a unui corp rotund, notată \mathcal{A}_t , reprezintă suma dintre aria laterală a corpului rotund și aria bazei/bazelor.

Def 4.: Volumul unui corp rotund, notat \mathcal{V} , reprezintă spațiul geometric pe care îl ocupă acesta.

I. CILINDRUL CIRCULAR DREPT

Def 1. Corpul geometric determinat de două cercuri congruente $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ și $\mathcal{C}_2(O_2, R_2)$ situate în plane paralele astfel încât dreapta O_1O_2 este perpendiculară pe aceste plane se numește **cilindru circular drept**.

Discurile mărginite de cercurile $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ și $\mathcal{C}_2(O_2, R_2)$ se numesc **bazele cilindrului circular drept**.

Segmentele congruente $[AA']$, $[BB']$, ... se numesc **generatoarele** cilindrului circular drept.

Înălțimea cilindrului circular drept este segmentul determinat de punctele de intersecție dintre planele celor două baze și o perpendiculară comună a acestora.

Observatii:

- 1) Segmentul determinat de centrele celor două baze ale unui cilindru circular drept este înălțime a acestuia.
- 2) Generatoarea și înălțimea unui cilindru circular drept au lungimile egale.

Def 2: Secțiunea axială a unui cilindru circular drept este secțiunea realizată de un plan care conține înălțimea determinată de centrele celor două baze ale cilindrului.

NOTAȚII UTILE:

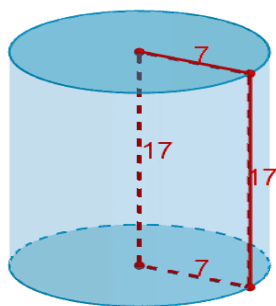
R = raza bazei cilindrului circular drept	G = lungimea generatoarei	h = lungimea înălțimii	$h = G$ Cele două dimensiuni coincid
\mathcal{A}_b = aria bazei	\mathcal{A}_l = aria laterală	\mathcal{A}_t = aria totală	\mathcal{V} = volumul

Desfășurarea cilindrului circular drept

Suprafața laterală a cilindrului circular drept se desfășoară în plan după un dreptunghi cu dimensiunile $2\pi R$ și G .

FORMULE UTILE:

<i>Aria bazei</i>	<i>Aria laterală</i>	<i>Aria totală</i>	<i>Volumul</i>
$\mathcal{A}_b = \pi R^2$	$\mathcal{A}_l = 2\pi R G$	$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + 2\mathcal{A}_b$ $= 2\pi R \cdot (R + G)$	$\mathcal{V} = \mathcal{A}_b \cdot h = \pi R^2 G$



II. CONUL CIRCULAR DREPT

Def.1 Corpul geometric determinat de cercul $\mathcal{C}(O, R)$ și de punctul V situat pe perpendiculara în punctul O pe planul cercului se numește con circular drept.

Punctul V se numește vârful conului circular drept.

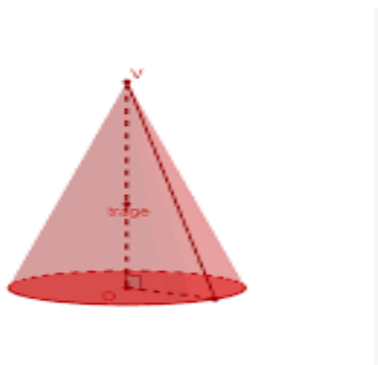
Discul mărginit de cercul $\mathcal{C}(O, R)$ se numește baza conului circular drept.

Segmentele congruente $[VA], [VB], \dots$ se numesc generatoarele conului circular drept.

Înălțimea conului circular drept este segmentul determinat de vârful conului și de punctul de intersecție dintre planul bazei și perpendiculara construită din vârful conului pe planul bazei.

Observație:

Segmentul determinat de vârful conului circular drept și de centrul bazei acestuia este înălțimea conului.



Def 2.: Secțiunea axială a unui con circular drept este secțiunea realizată cu un plan care conține înălțimea conului. Secțiunea axială a conului circular drept este triunghiul isoscel VAB .

NOTAȚII UTILE:

R = raza bazei conului circular drept	G = lungimea generatoarei	h = lungimea înălțimii	u = unghi la centru corespunzător sectorului de disc din desfășurarea conului
\mathcal{A}_b = aria bazei	\mathcal{A}_l = aria laterală	\mathcal{A}_t = aria totală	\mathcal{V} = volumul

Desfășurarea conului circular drept

Suprafața laterală a conului circular drept se desfășoară în plan după un sector de cerc cu centrul în V și de rază R .

FORMULE UTILE:

<i>Aria bazei</i>	<i>Aria laterală</i>	<i>Aria totală</i>	<i>Volumul</i>
$\mathcal{A}_b = \pi R^2$	$\mathcal{A}_l = \pi R G$	$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b$ $= \pi R \cdot (R + G)$	$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_b \cdot h}{3} = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3}$
$u = \frac{R}{G} \cdot 360^\circ$			

III. TRUNCHIUL DE CON CIRCULAR DREPT

Def 1: Secționând un con circular drept cu un plan paralel cu planul bazei și înlăturând conul mic care s-a format se obține un corp geometric numit trunchi de con circular drept.

Discurile mărginite de cercurile $\mathcal{C}(O, R)$ și $\mathcal{C}(O', r)$ se numesc baza mare, respectiv baza mică a trunchiului de con circular drept.

Segmentele congruente $[A'A], [B'B], \dots$ se numesc generatoarele trunchiului de con circular drept.

Înălțimea trunchiului de con circular drept este segmentul determinat de punctele de intersecție dintre planele celor două baze și o perpendiculară comună a acestora.

Observație:

Segmentul determinat de centrele celor două baze ale unui trunchi de con circular drept este înălțimea acestuia.

Def. 2: Secțiunea axială a unui trunchi de con circular drept este secțiunea realizată cu un plan care conține înălțimea determinată de centrele celor două baze ale trunchiului de con. Secțiunea axială a trunchiului de con este trapezul isoscel $A'ABB'$.

NOTATII UTILE:

R = raza bazei mari a trunchiului de con circular drept	r = raza bazei mici a trunchiului de con circular drept	g = lungimea generatoarei conului din care provine trunchiul de con	h = lungimea înălțimii trunchiului de con
G = lungimea generatoarei conului din care provine trunchiul de con	H = lungimea înălțimii conului din care provine trunchiul de con	u = unghi la centru corespunzător sectorului de disc din desfășurarea conului	\mathcal{A}_B = aria bazei mari
\mathcal{A}_b = aria bazei mici	\mathcal{A}_l = aria laterală a trunchiului de con	\mathcal{A}_t = aria totală a trunchiului de con	\mathcal{V} = volumul trunchiului de con

FORMULE UTILE:

Aria bazei mari	Aria bazei mici	Aria laterală	Aria totală
$\mathcal{A}_b = \pi R^2$	$\mathcal{A}_b = \pi r^2$	$\mathcal{A}_l = \pi g(R + r)$	$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b + \mathcal{A}_B$ $= \pi R \cdot (R + G) + \pi R^2 + \pi r^2$
Volumul		Măsura unghiului la centru	
$\mathcal{V} = \frac{\pi h}{3} \cdot (R^2 + r^2 + r \cdot R)$		$u = \frac{R}{G} \cdot 360^\circ$	
$g^2 = h^2 + (R - r)^2$			

Def 3: Două conuri circulare drepte se numesc asemenea dacă razele bazelor, generatoarele și înălțimile lor sunt proporționale.

$$\frac{AO}{A'O'} = \frac{VA}{V'A'} = \frac{VO}{V'O'}$$

Teoremă: Secționând un con circular drept cu un plan paralel cu planul bazei se obține un con circular drept asemenea cu conul inițial.

IV. SFERA

Def. 1: Sfera de centru O și rază R , notată $S(O, R)$ este mulțimea tuturor punctelor din spațiu situate la distanța R față de punctul O .

Cercul $C(O, R)$ se numește cerc mare al sferei.

Coarda unui cerc mare al unei sfere care trece prin centrul acesteia se numește diametru al sferei respective.

NOTAȚII UTILE:

$R = \text{raza sferei}$	$\mathcal{A} = \text{aria sferei}$	$\mathcal{V} = \text{volumul sferei}$
--------------------------	------------------------------------	---------------------------------------

FORMULE UTILE:

Aria sferei	Volumul sferei
$\mathcal{A} = 4\pi R^2$	$\mathcal{V} = \frac{4\pi R^3}{3}$

