

EXERCIIII REZOLVAȘE

1) Fie $C(x_c, y_c)$ mijlocul segmentului $[AB]$.

$$\Rightarrow C\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}\right) \Rightarrow C\left(\frac{-3+5}{2}; \frac{2+6}{2}\right) \Rightarrow C(1, 4)$$

$$\Rightarrow x_c = 1, y_c = 4$$

Fie $A'(x_{A'}, y_{A'})$ simetricul lui A în raport cu $B \Rightarrow$

$$\Rightarrow B \text{ este mijlocul segmentului } [AA'] \Rightarrow x_B = \frac{x_A+x_{A'}}{2},$$

$$y_B = \frac{y_A+y_{A'}}{2} \Rightarrow 5 = \frac{-3+y_{A'}}{2} \Rightarrow -3+y_{A'} = 10 \Rightarrow x_{A'} = 10+3 = 13 \quad \text{și}$$

$$6 = \frac{2+y_{A'}}{2} \Rightarrow 2+y_{A'} = 12 \Rightarrow y_{A'} = 12-2 = 10 \Rightarrow A'(13, 10)$$

Fie $B'(x_{B'}, y_{B'})$ simetricul lui B în raport cu $A \Rightarrow$

$$\Rightarrow A \text{ este mijlocul segmentului } [BB'] \Rightarrow x_A = \frac{x_B+x_{B'}}{2}; y_A = \frac{y_B+y_{B'}}{2}$$

$$\Rightarrow -3 = \frac{5+x_{B'}}{2} \Rightarrow 5+x_{B'} = -6 \Rightarrow x_{B'} = -6-5 \Rightarrow x_{B'} = -11 \quad \text{și}$$

$$2 = \frac{6+y_{B'}}{2} \Rightarrow 6+y_{B'} = 4 \Rightarrow y_{B'} = 4-6 \Rightarrow y_{B'} = -2$$

$$\Rightarrow B'(-11, -2)$$

2) Fie $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3)$ vîrfurile triunghiului

$$M - \text{mijlocul } [A_1A_2] \Rightarrow M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) \Rightarrow 2 = \frac{x_1+x_2}{2}; -1 = \frac{y_1+y_2}{2}$$

$$N - \text{mijlocul } [A_2A_3] \Rightarrow N\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}\right) \Rightarrow -1 = \frac{x_2+x_3}{2}; 4 = \frac{y_2+y_3}{2}$$

$$P - \text{mijlocul } [A_1A_3] \Rightarrow P\left(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2}\right) \Rightarrow -2 = \frac{x_1+x_3}{2}; 2 = \frac{y_1+y_3}{2}$$

$$\text{De aici rezultă următoarele relații: } \begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_2+x_3=-2 \\ x_1+x_3=-4 \end{cases} \text{ și } \begin{cases} y_1+y_2=-2 \\ y_2+y_3=8 \\ y_1+y_3=4 \end{cases}$$

Rezolvând sistemele obținem: $x_1=1, x_2=3, x_3=-5$ și

$y_1=-3, y_2=1, y_3=7 \Rightarrow$ Vîrfurile triunghiului sunt:

$$A_1(1, -3), A_2(3, 1) \text{ și } A_3(-5, 7)$$

3 C este situat pe axa Oy $\Rightarrow C(0, y_c)$
 G este situat pe axa Ox $\Rightarrow G(x_G, 0)$

$$\text{Stim ca } G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}, \frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3} \Rightarrow x_G = \frac{2-5+0}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3} \Rightarrow 0 = \frac{-3+1+y_C}{3} \Rightarrow -3+1+y_C=0 \Rightarrow y_C=2$$

$$\Rightarrow C(0, 2), G(-1, 0)$$

$$4. \vec{n}_1 = \vec{n}_2 \Leftrightarrow \left. \begin{cases} 1-2\alpha = \beta-2 \\ 3\beta-5 = 1-3\alpha \end{cases} \right\} \begin{cases} -2\alpha - \beta = -2-1 \\ 3\alpha + 3\beta = 1+5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2\alpha - \beta = -3 \quad | \cdot 3 \\ 3\alpha + 3\beta = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6\alpha - 3\beta = -9 \\ 3\alpha + 3\beta = 6 \end{cases}$$

$$\frac{-3\alpha}{-3} = -3 \Rightarrow \alpha = 1$$

$$3\alpha + 3\beta = 6 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3\beta = 6 \Rightarrow 3\beta = 6 - 3 \Rightarrow 3\beta = 3 \Rightarrow \beta = \frac{3}{3} = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = \beta = 1$$

$$5. a) \vec{n}_1 + \vec{n}_2 = (-3+0, 5-3) = (-3, 2) \text{ Analog se rezolvă în b, c, d.}$$

$$6. \vec{n}_M = -2\vec{n}_B + 3\vec{n}_C = -2 \cdot (3, 2) + 3 \cdot (-2, 4) = (-6, -4) + (-6, 12) = (-12, 8)$$

$$\vec{n}_N = \frac{1}{2}\vec{n}_A + 3\vec{n}_B - \frac{1}{2}\vec{n}_C = \frac{1}{2}(1, -1) + 3 \cdot (3, 2) - \frac{1}{2}(-2, 4) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) + (9, 6) - (-1, 2) =$$

$$= \left(\frac{1}{2} + 9 + 1, -\frac{1}{2} + 6 - 2\right) = \left(\frac{21}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

$$\vec{n}_P = 2\vec{n}_A - 3\vec{n}_B + 4\vec{n}_C = 2 \cdot (1, -1) - 3 \cdot (3, 2) + 4 \cdot (-2, 4) = (2, -2) - (9, 6) + (-8, 16) = (-15, 8)$$

$$\Rightarrow M(-12, 8), N\left(\frac{21}{2}, \frac{7}{2}\right), P(-15, 8)$$

7) a) Se rezolvă analog cu prima parte a ex. 1 $\Rightarrow A'(-1, 1)$ - mijlocul laturii BC, $B'(-2, 2)$ - mijlocul laturii AC și respectiv $C'(2, -4)$ - mijlocul laturii AB.

b) Se rezolvă analog cu ex. 2 $\Rightarrow A(1, -3),$

$$B(3, -5), C(-5, 7)$$