

# PROBLEME REZOLVATE

MANUAL, pag 335

18) Stabiliti dacă  $\triangle ABC$ , cu  $A(-4, 5)$ ,  $B(-7, -6)$ ,  $C(7, 2)$  este dreptunghi în  $A$ .

Sol I: Folosind pantele:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-6 - 5}{-7 + 4} = \frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}; m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{2 - 5}{7 + 4} = \frac{-3}{11}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = \frac{11}{3} \cdot \frac{-3}{11} = -1 \Rightarrow AB \perp AC \Rightarrow m(\sphericalangle A) = 90^\circ$$

Sol II: Vectorial: (Verificăm dacă  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ )

$$\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = (-7 + 4)\vec{i} + (-6 - 5)\vec{j} = -3\vec{i} - 11\vec{j} \Rightarrow \vec{AB} = (-3, -11)$$

$$\vec{AC} = (x_C - x_A)\vec{i} + (y_C - y_A)\vec{j} = (7 + 4)\vec{i} + (2 - 5)\vec{j} = 11\vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{AC} = (11, -3)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -3 \cdot 11 + (-11) \cdot (-3) = -33 + 33 = 0 \Rightarrow m(\sphericalangle A) = 90^\circ$$

Sol III: Metrice (folosind reciproca T. lui Pitagora) - încercați voi!

21) Arătați că punctele  $A(2, 2)$ ,  $B(-1, 6)$ ,  $C(-5, 3)$ ,  $D(-2, -1)$  sunt vârfurile unui pătrat.

Arătăm mai întâi că  $ABCD$  - paralelogram, apoi că are un unghi drept, adică este dreptunghi, iar la sfârșit că două laturi alăturate sunt egale, adică  $ABCD$  - pătrat.

$ABCD$  - paralelogram dacă diagonalele se înjumătățesc în același punct. Determinăm mijlocul lui  $AC$  și  $BD$

$$\text{Fie } M \text{ mij. lui } AC \Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{-3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{Fie } N \text{ mij. lui } BD \Rightarrow N\left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2}\right) \Rightarrow N\left(\frac{-3}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad \Bigg| \Rightarrow M \text{ și } N$$

coincide  $\Rightarrow ABCD$  - paralelogram

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6 - 2}{-1 - 2} = -\frac{4}{3}; \quad m_{AD} = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = \frac{-1 - 2}{-2 - 2} = \frac{3}{4}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AD} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} = -1 \Rightarrow AB \perp AD \Rightarrow m(\angle A) = 90^\circ \Rightarrow ABCD \text{ este}$$

dreptunghi.

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 + 1)^2 + (2 - 6)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$AD = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} = \sqrt{(2 + 2)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \quad \left| \Rightarrow \right.$$

$$\Rightarrow AB = AD = 5 \Rightarrow \underline{ABCD - \text{PĂTRAT}}.$$

24 a) Să se scrie ecuația unei drepte, dacă se cunosc  
coeficientul său unghiular  $m$  și ordonata la origine  $n$ ,  
în cazurile

$$1) m = \frac{1}{2}, n = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$2) m = -2, n = 3 \Rightarrow y = -2x + 3$$

$$3) m = -\frac{1}{3}, n = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x - 1$$

$$4) m = 2, n = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = 2x - \frac{1}{3}$$